

# 香港統計學會考試



## 統計學高級證書，2005

試卷 II：統計方法

時間：3 小時

考生應解答五個題目  
所有題目分數相等  
每一題目的小題分數標明在括弧中

試場可提供畫圖紙和標準表格

考生可按照香港統計學會列載於考試指引的規例（文件 Ex1），使用計算器。

$\log$  代表以  $e$  為底的對數。  
以其他數為底的對數會明確標示，例如  $\log_{10}$ 。

注意： $\binom{n}{r}$  等價於  ${}^nC_r$

1

高級證書試卷 II 2005

---

本試卷共有 11 頁，採用單面印刷

本頁為第一頁

題目 1 從第二頁開始

試卷共有八個題目

1. 下表展示 1999 年至 2000 年季度英國超級足球聯賽主場隊伍在比賽中入球數目的摘要。現需就有關數據跟隨普阿松分布的假定進行檢驗。

|             |    |     |     |    |    |          |
|-------------|----|-----|-----|----|----|----------|
| 主隊入球數目, $r$ | 0  | 1   | 2   | 3  | 4  | $\geq 5$ |
| 頻率, $f$     | 81 | 112 | 101 | 44 | 28 | 14       |

- (i) 請解釋為何主隊入球數目,  $r$ , 跟隨普阿松分布的假定是合理的。 (3)
- (ii) 比賽數目為  $f = 380$  及總入球數目為  $fr = 634$ , 而  $fr^2 = 1778$ 。計算數據的平均數及平方差。 (3)
- (iii) 根據普阿松分布的假設, 計算  $r = 0$  及  $r = 1$  的期望頻率。表中其餘單元的期望頻率為 99.72, 55.46, 23.13 及 10.51, 請就有關數據是會跟隨普阿松分布的假設進行配合卡方檢驗。請小心地解釋你的結論。若  $r \geq 5$  的頻率沒有合併, 進行該檢驗時會出現甚麼問題? (11)
- (iv) 假如數據的方差值顯著較平均數為大, 你會以甚麼分布配合有關數據? 請簡單解釋你的理據。 (3)

2. 某間醫院欲想知道因中風入院而活着出院的病人是否需要接受深切照顧超過所建議的平均 14 天住牀時間。該醫院的核數部隨機抽選了 23 個該類出院病人，並提供給你他們住牀數據（以日計）如下。

44 20 7 19 14 6 5 3 8 6 6 5  
1 4 2 9 17 1 3 7 82 4 19

- (i) 找出數據的中位數 ( $M$ ) 及四分位數 ( $Q_1$  及  $Q_3$ )。根據常規，即任何距離最近的四分位數超過  $1.5(Q_3 - Q_1)$  為「離群值」，繪製一個住牀數據的箱形及鬚子圖，並評論分布的形狀。 (8)
- (ii) 該核數部欲想進行有關住牀平均時間不多過 14 天的假設檢驗。請提供為這假設進行有效的檢驗則需要較大樣本數據的簡單理據。 (3)
- (iii) 該核數部現提供給你 100 位隨機抽選的入院病人記錄，他們的住牀時間摘要如下

$$\bar{x} = 1488, \quad s^2 = 44632.$$

請進行牀位佔據時間為 14 天零假設的檢驗，而備擇假設為該時間超過 14 天。

請評論這檢驗結果的可靠程度及該檢驗是否一項量度該醫院表現的有用方法。 (9)

3. 在英國一項有關健康風險意識的小型統計調查中，50 位以隨機方式抽選的被訪者，他們每人被問及的問題是「當購買食物時，你是否會查看是否有人工附加劑呢？」研究員想測試當購買食物時，是男性抑或女性會更大可能查看是否有人工附加劑。

|    |   | 性別 |    |
|----|---|----|----|
|    |   | 女  | 男  |
| 回答 | 否 | 18 | 17 |
|    | 是 | 11 | 4  |

- (i) 有關查看是否有人工附加劑的問題，就男女被訪者回答「是」的百分比的差別進行檢驗。 (9)
- (ii) 有關查看是否有人工附加劑的問題，就男女被訪者回答「是」的百分比的差別計算近似 95% 的置信區間。你相信這近似值有多好？（請說出你的原因。） (11)

4. 下表曾在一份有關採用血樣本的血清毒素測試報告中公布。有關數據是從 462 頭豬的血樣本所進行的兩項檢驗的結果得出。檢驗包括 microscopic agglutination test (MAT) 及 enzyme-linked immunosorbent assay (ELISA)。

|     |    | ELISA |     |
|-----|----|-------|-----|
|     |    | 陽性    | 陰性  |
| MAT | 陽性 | 67    | 25  |
|     | 陰性 | 41    | 329 |

資料來源: *Georgiadis M.P., Johnson W.O., Gardner I.A. and Singh R. (2003). Correlation-adjusted estimation of sensitivity and specificity of two diagnostic tests. Applied Statistics, 52, 63-76.*

- (i) 請檢驗兩項測試結果均為陽性的機會率相同的假設。 (9)
- (ii) 就下列測試結果為陽性的比率，找出近似的 95% 置信區間
- (a) MAT 測試，
- (b) ELISA 測試。

研究員指出陽性血樣本的真實總體比率相信大約為 0.069。

請簡列原因，說明你所計算的近似 95% 置信區間是否其一或兩者均與此數值一致。 (11)

5. (i) 請說明一項獨立(不配對的)雙樣本  $t$  檢驗的假定。 (4)

某人正考慮在英國北部兩個鄰近市鎮中購買一座兩房平房。他從一本當地報紙某一星期的「物業輔刊」中抽選一些價格數據作比較。該輔刊登了在該兩市鎮均有分行的物業代理所推銷有關物業的廣告。他欲想找出兩市鎮的平均價格是  
否有分別。下表展示他所抽取的數據(以千英磅為單位)。

|     |       |       |       |       |       |       |       |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 市鎮一 | 77.50 | 74.95 | 74.50 | 60.00 | 45.00 | 25.00 | 25.00 |
| 市鎮二 | 72.95 | 72.95 | 65.00 | 62.50 | 56.95 | 54.95 | 52.95 |
|     | 49.95 | 46.95 | 35.00 | 34.95 | 30.00 | 29.95 | 25.00 |

- (ii) 假如所需的假定均合適,請進行一項獨立雙樣本  $t$  檢驗及擬定你的結論。 (12)
- (iii) 市鎮一的人口比市鎮二的顯著較多,而各類物業的數目亦較多。請考慮這些資料及取得有關數據的方法,深入討論(ii)部中所進行的檢驗是否具備有效的基礎。 (4)

6. (i) 請解釋在比較兩獨立樣本時，在甚麼情況下採用 Mann-Whitney U 檢驗較 t 檢驗為好。 (4)

某電視機生產商要比較兩個電子零件 A 及 B 的壽命，目的在選取其中一項平均壽命較長的類別。該生產商從大批零件中，每類別隨機抽選 10 個零件。在環境受到控制的情況下，零件失效所需時間（壽命）如下

| 零件 A | 零件 B |
|------|------|
| 410  | 460  |
| 416  | 233  |
| 456  | 301  |
| 407  | 285  |
| 421  | 301  |
| 491  | 343  |
| 532  | 400  |
| 432  | 231  |
| 634  | 249  |
| 481  | 328  |

- (ii) 請就每個樣本繪製一個點圖。根據你 (i) 部的回答，建議以上情況應採用那一項檢驗較好。 (6)
- (iii) 就上表的數據進行 Mann-Whitney U 檢驗。以電視機生產商可以明白的方式，簡單解釋你的結論。 (10)

7. (i) 請說明及解釋可用作方差單向分析基礎的一個綫性模型。請清楚解釋模型中每一項代表甚麼，並說明達致有效分析所需的任何假定。 (5)

(ii) 某心理學研究員的假設是有效地使用空閒時間可助減低壓力。她特別建議當實驗者感覺到能自由地遊玩，而不是別人給他定向的情況下，遊戲活動是最有效的。該研究員招募了 36 位學生，將他們隨機分成三組。一組接受高度控制的遊戲經驗，一組接受低情度的控制，及一組進行他們認為是工作而非遊戲的活動。

所有實驗者首先進行 30 分鐘產生壓力的工作，他們一邊處理算術難題，一邊從耳筒聽到定期發出吵鬧的聲響。

其後，每位實驗者進行 10 分鐘上述三種的活動，包括「高」控制或「低」控制或「工作」。

最後，實驗者嘗試解決兩項幾何難題，其中一項是不能解決的--但這沒有告訴他們。在處理不能解決的難題的持久性(以分鐘計記錄他們堅持嘗試解決難題的時間)為回應變數，用作評估減少工作所產生壓力的遊戲時段的有效性。下表展示實驗的結果。

| 高   | 低   | 工作  |
|-----|-----|-----|
| 347 | 504 | 398 |
| 567 | 420 | 492 |
| 424 | 583 | 97  |
| 239 | 183 | 357 |
| 256 | 279 | 184 |
| 682 | 381 | 554 |
| 435 | 118 | 354 |
| 666 | 317 | 275 |
| 825 | 359 | 198 |
| 102 | 77  | 163 |
| 601 | 336 | 284 |
| 384 | 197 | 155 |

就有關數據進行一項方差單向分析，並以計算最少顯著差別

或其他方法，研究三種活動的分別。

分析結果及代研究員編寫一份簡單報告。

(15)

8. 在一項訪問英國成年人（即年齡超過 16 ）的統計調查中有一些問題是有關酒精的消耗。其中一條問題是關於他們平均一星期的酒精消耗。下表展示 1992 年至 1998 年間平均一星期酒精消耗的分布趨勢。

### 按性別及年齡劃分的平均一星期酒精消耗: 1992 至 1998

年齡 16 或以上的人士

| 年齡        | 1992 | 1994 | 1996 | 1998 |
|-----------|------|------|------|------|
| 平均每星期單位數目 |      |      |      |      |
| <b>男性</b> |      |      |      |      |
| 16-24     | 19.1 | 17.4 | 20.3 | 23.6 |
| 25-44     | 18.2 | 17.5 | 17.6 | 16.5 |
| 45-64     | 15.6 | 15.5 | 15.6 | 17.3 |
| 65 或以上    | 9.7  | 10.0 | 11.0 | 10.7 |
| 總計        | 15.9 | 15.4 | 16.0 | 16.4 |
| <b>女性</b> |      |      |      |      |
| 16-24     | 7.3  | 7.7  | 9.5  | 10.6 |
| 25-44     | 6.3  | 6.2  | 7.2  | 7.1  |
| 45-64     | 5.3  | 5.3  | 5.9  | 6.4  |
| 65 或以上    | 2.7  | 3.2  | 3.5  | 3.3  |
| 總計        | 5.4  | 5.4  | 6.3  | 6.4  |

所有人士

|        |      |      |      |      |
|--------|------|------|------|------|
| 16-24  | 12.9 | 12.3 | 14.7 | 16.6 |
| 25-44  | 11.8 | 11.4 | 11.9 | 11.4 |
| 45-64  | 10.2 | 10.2 | 10.5 | 11.6 |
| 65 或以上 | 5.6  | 6.0  | 6.8  | 6.5  |
| 總計     | 10.2 | 10.0 | 10.7 | 11.0 |

(i) 根據表中的統計數字，繪製合適的圖以表示

(a) 1992 年至 1998 年間男女酒精消耗的整體趨勢，

(b) 1998 年男女年齡分組酒精消耗的相似性及差別。

(10)

(ii) 根據在(i)部你繪製的圖以及數據中你覺得有關的其他方

面，編寫一份適合於一張嚴肅的報紙公布的簡短報告。(10)